www.buecke-info.de

Karl-Heinz Bücke

Dezember 2001

Grafische Darstellung des Koordinatennetzes auf Sonne, Mond und Planeten

Zur Vorbereitung und Auswertung von Beobachtungen sind die Darstellungen von Sonne, Mond und Planeten mit ihren Koordinatennetzen von Interesse, wie sie von der Erde aus beobachtbar sind. Für die Darstellung der Koordinatennetze gibt es zwei Methoden: Erstens wird die Konstruktion für eine Zeichnung kugelförmiger Himmelskörper beschrieben. Zweitens geht es um mathematische Grundlagen, die für ein Programm verwendet werden können. In diesem Fall wird ein Ellipsoid behandelt, deren Spezialfall die Kugel ist. Für beide Methoden wird die Kenntnis der physischen Ephemeriden vorausgesetzt. Zu beachten sind die unterschiedlichen Rotationsrichtungen, die verschiedenen Längenzählungen (z. B. auf dem Mond) und die Rotationssysteme von Jupiter und Saturn.

Die folgenden Seiten geben unveröffentlichte Manuskripte wieder, die bereits vor 1990 mit Schreibmaschine erstellt wurden. Ich bitte die dadurch bedingt teilweise mangelhafte Qualität zu entschuldigen.

Der Inhalt wurde ebenfalls nicht geändert. Wenn heute zum Beispiel niemand mehr Koordinatennetze auf Papier zeichnen wird, so vermitteln die folgenden Seiten trotzdem anschaulich dieses Thema.

Graphische Darstellung des Koordinatennetzes auf Sonne und Planeten

Der Anblick von Sonne und Planeten ändert sich infolge wechselnder Neigung und Drehung des Himmelskörpers. Nachstehend wird eine Methode beschrieben, mit der sich das jeweilige Koordinatennetz zeichnen läßt. Hier werden nur die kugelförmigen Himmelskörper ausführlich behandelt. Ohne den Rechenaufwand wesentlich zu erhöhen, kann man sich bei Jupiter durch eine weiter unten beschriebene Näherung helfen.

Zunächst wird ein Achsenkreuz gezeichnet, siehe Abb. 1. Die x-Achse ist eine Parallele zum Himmelsäquator. Senkrecht auf ihr weist die y-Achse zum Nordpol des Himmels. Um den Mittelpunkt wird ein Kreis mit dem Äquatorradius s geschlagen. Die Gerade Z entspricht dem Zentralmeridian. Z ist gegenüber der y-Achse um den Positionswinkel P gedreht. Das Vorzeichen der Deklination $D_♁$ der Erde legt fest, welcher Pol sichtbar ist. Bei positivem Wert ist es der Nordpol. Der jeweilige Pol liegt auf dem Zentralmeridian mit dem in Abb. 1 angegebenem Abstand. Die nun folgenden Längen- und Breitenkreise sind Ellipsen. Ein Sonderfall ist bei Deklination $D_♁ = 0^\circ$. Hier sind nur die Längenkreise Ellipsen, die Breitenkreise Geraden und die Pole liegen am Rand der Scheibe. Zum Zeichnen der Ellipsen gibt es verschiedene Möglichkeiten. Bei einer wird ein verschiebbarer Streifen entsprechend Abb. 2 verwendet.

Begonnen wird mit den Breitenkreisen B. Der größte ist der Äquator Ä selbst. Die großen Halbachsen stehen jeweils senkrecht auf dem Zentralmeridian Z. Aus den Angaben der Abb. 1 errechnen sich die Maße. Nach dem Eintragen der Hilfslinie b wird Punkt G festgelegt. H ist der Mittelpunkt der Ellipse. Abstand GH ist auf beiden Seiten gleich. Unsichtbare Linien können je nach Verwendungszweck entfallen. Alle vom Zentralmeridian verschiedene Meridiane sind ebenfalls Ellipsen. Sie gehen durch die Pole und schneiden den Äquator z.B. im Punkt K. Die große Halbachse m ist um den Winkel γ geneigt:

$$\gamma = \arctan\left(\sin D_♁ \tan |\lambda - Z|\right)$$

Senkrecht auf m steht die kleine Halbachse n:

$$n = s\sqrt{\frac{(\cos D_{\delta} \sin\gamma)^2}{1 - (\cos D_{\delta} \cos\gamma)^2}}$$

Mit diesen Ausführungen ist ein Koordinatennetz kugelförmiger Körper in beliebiger Drehung darstellbar.

Bei Jupiter kann man sich mit einer Näherungslösung helfen, in dem alle Abstände senkrecht auf der Geraden ä mit dem Faktor 0,9352 multipliziert werden. Dadurch enthält dieses Koordinatensystem "deformierte" Ellipsen.

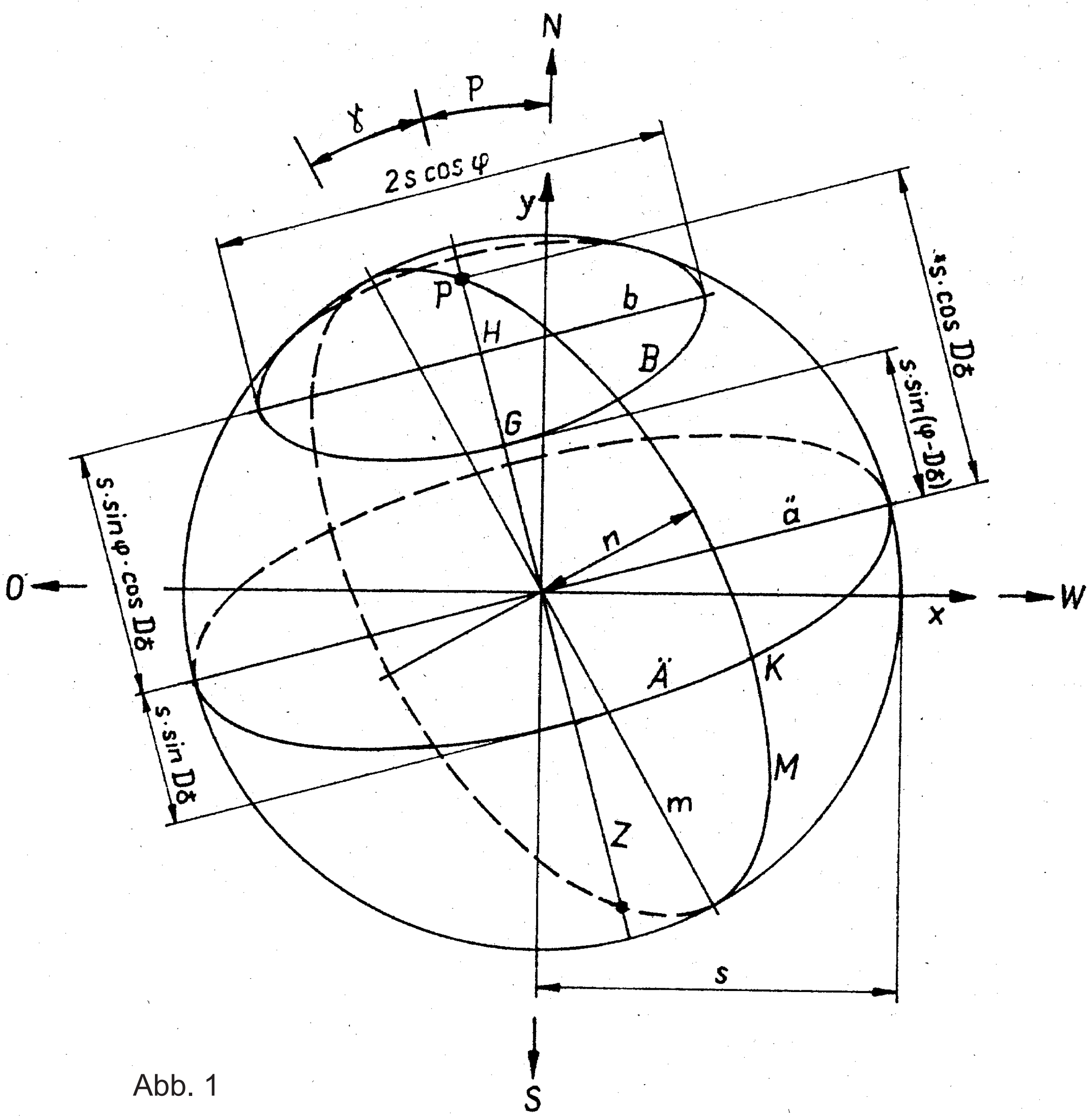

Abb. 1

Unter Beachtung des Abplattungsverhältnisses werden die Koordinaten einzelner Punkte vom planetographischen System (Länge und Breite) in rechtwinklige Koordinaten umgewandelt. Der Ursprung des Koordinatensystems liegt im Zentrum des Himmelskörpers. Die x-Achse ist eine Parallele des Himmelsäquators und wird nach Westen positiv gezählt. Senkrecht auf der x-Achse steht die y-Achse und zeigt zum Himmelsnordpol. Die z-Achse ist auf die Erde gerichtet. Negative Werte bedeuten, daß dieser Punkt auf der erdabgewandten Seite des Himmelskörpers liegt und daher unsichtbar ist. Aufgabe des Computerfreundes ist es nun, ein Programm zu entwickeln, daß einzelne Punkte der Oberfläche zu Linien des gewünschten Koordinatennetzes zusammensetzt. In den folgenden Ausführungen ist der Begriff "planetozentrisch" sinngemäß auch auf Sonne und Mond anwendbar.

Das Abplattungsverhältnis wird durch Äquatorradius a und Polradius b bestimmt:

$$Q = b / a = 1 - f \qquad f = (a-b) / a$$

Für Jupiter beträgt Q = 0,93519 und für Saturn Q = 0,89236.

Die Umrißlinie des abgeplatteten Planeten ist abhängig von der Neigung der Äquatorebene zur Erde (Deklination D). Mit zunehmender Deklination nimmt die scheinbare Abplattung ab. Deshalb wird als scheinbarer Polradius

$$b' = a\sqrt{1 - (1 - Q^2)\cos^2 D}$$

eingeführt.

Die rechtwinkligen Koordinaten der Umrißlinie bei einem um den Mittelpunkt laufenden Winkel ψ sind:

$$x' = a \cos \psi$$
$$y' = b' \sin \psi$$

Die gestrichenen Koordinaten bedeuten, daß die Drehung um den Positionswinkel P noch nicht erfolgte.

Bei kugelförmigen Himmelskörpern vereinfacht sich die Rechnung wegen a = b.

Ein beliebiger Punkt auf der Oberfläche ist bestimmt durch Länge und Breite

Für die weitere Rechnung wird die Länge durch eine Längendifferenz $\Delta\lambda$ ersetzt. Dabei müssen unterschiedliche Längenzählungen und die Rotation beachtet werden. Die augenblickliche Länge des Meridians, der zur Erde zeigt, ist der Zentralmeridian. Die Längendifferenzen sind deshalb Abweichungen vom Zentralmeridian.

Sonne: $\Delta\lambda = \lambda - ZM$

Mond: $\Delta\lambda = \lambda$ - Länge der Mondmitte
(Grundlage ist die Zählung 180° positiv nach Westen und 180° negativ nach Osten)

Mars, Jupiter und Saturn:

$$\Delta\lambda = ZM - \lambda$$

Beabsichtigt man nur eine prinzipielle Darstellung, kann die Rechnung vereinfacht werden, in dem man ZM = 0° setzt und $\Delta\lambda$ von 0 bis 360° laufen läßt.

Bei abgeplatteten Planeten wird ausgehend von der planetographischen Breite φ' die planetozentrische Breite φ benötigt:

$$\varphi = \arctan (Q^2 \tan \varphi')$$

Die rechtwinkligen Koordinaten eines beliebigen Punktes auf der Oberfläche sind:

$$x' = \sin\Delta\lambda \cos\varphi$$

$$y' = Q \sin\varphi \cos D - \cos\Delta\lambda \cos\varphi \sin D$$

$$z' = Q \sin\varphi \sin D + \cos\Delta\lambda \cos\varphi \cos D$$

Die Koordinate z' dient nur zur Entscheidung, ob der Punkt auf der sichtbaren Hälfte des Himmelskörpers liegt. Für Punkte auf der sichtbaren Seite ist z' positiv.

Nach Drehung um den Positionswinkel P erhält man Koordinaten, deren x-Achse wie oben bereits festgelegt, parallel zum Himmelsäquator verläuft:

$$x = x' \cos P - y' \sin P$$

$$y = x' \sin P + y' \cos P$$

Ein mit diesem Formelsatz entwickeltes Computerprogramm ist geeignet, auch für stark abgeplattete Ellipsoide und beliebige Deklinationen ein naturgetreues Koordinatennetz graphisch darzustellen.